Apuntes

Modelos y Simulacion

Nombre: Santiago vietto

Docente: Sergio Rosa

Clave: 1802890

Año: 2020

Investigacio operativa

Definicion:

(Info filmina)

\_ La IO surgio durante la 2da guerra mundial en la cual se reunio un conjunto de cientificos de distintas diciplinas a los efectos de optimizar los recursos de la guerra. Luego gracias a las tecnicas que surgieron, estas se fueron empleando en las empresas.

Metodologia: (para la resolucion de problemas)

Primer paso: el primer paso de la metodologia habla del **planteo del problema**, este consiste basicamente primero en detectar la situacion problemática, segundo en la observacion del sistema (enfoque sistemico), es decir, que no analisa las partes aisladamente sino que observa el sistema completamente, el tercer paso consiste en definir las variables (variables de decisión, expresan decisiones a tomar), definir el planteo de las restricciones (limitaciones que podamos tener), y tambien tenemos lo que es la definicion del objetivo (enfoque empresarial: maximizar beneficios o minimizar costos).

Segundo paso: el segundo paso de la metodologia es la **construccion del modelo**, es decir, con las definiciones de las variables, limites y objetivos lo que hacemos es la construccion del modelo. Cuando hablamos de modelo hablamos de una version simplificada de la realidad, y debemos tener cuidado por que representamos en ese modelo la parte de la realidad que a nosotros nos interesa, no podemos representar el 100% de la realidad por que resulta muy compleja.

Tercer paso: una vez generado el modelo el tercer paso es **generar una solucion** con el mismo. Generar una solucion significa encontrar el valor de las variables que me optimizan una funcion.

Cuarto paso: luego de la generacion de la solucion el siguiente paso es la **validacion de la solucion**, esto significa ni mas ni menos que esa solucion que nos dio el modelo sea razonable. En general los modelos siempre tiran buenas soluciones y soluciones razonables, en el caso de que un modelo tire soluciones no razonables, o le falta variables o restricciones, es por que definimos o planteamos mal un modelo.

Quinto paso: este tiene que ver con la **implementacion** de la solucion, es decir, poner en practica la solucion que nos dio el modelo.

Sexto paso: este paso tiene que ver con la **evaluacion de los resultados**.

\_ Analizando esta metodologia podemos ver que no es ni mas ni menos que la aplicación del metodo cientifico, de ahí nosotros decimos que la investigacion operativa o modelos cuantitativos se tratan de la aplicación del metodo cientifico a la toma de decisiones.

Programacion Lineal (Modelo 1)

\_ La programacion lineal presenta esta forma:

(diapo Prog lin.)

\_ Todas las situaciones que nosotros resolvamos como programacion lineal presentan esta forma.

\_ Tenemos una funcion obejetivo que esta representado por “Maximizar Z” que viene dado por C que representa los coeficientes de la funcion objetivo y X representan las variables decision. Tambien tenemos un conjunto de m restricciones (condiciones que se deben cumplir). Luego tenemos b1, b2, …, bm que representan el lado derecho de las restricciones. Por ultimo tenemos la condicion de no negatividad (ultima formula).

\_ Se llama programacion lineal por el hecho de que las variables estan a la exponente 1 con lo cual en forma generica son lineas. Y siempre nos vamos a encontrar con esta forma.

Ejemplo:

\_ Suponemos una empresa en la cual se fabrican dos tipos de productos (I, II), tenemos 3 recursos materia prima, Hs mano de obra, Hs maquina:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Concepto | Producto | Producto | Disponibilidad |
|  | I | II | (mensual) |
| Materia prima | 2 | 5 | 2000 |
| Hs mano de obra | 1 | 1 | 500 |
| Hs maquina | 2 | 1 | 800 |
| Ingreso | 70 | 40 |  |

\_ En este ejemplo nosotros queremos planificar la produccion, esto significa ver que cantidades tenemos que producir de cada producto, en este caso el que maximize el ingreso. Ahora dada la situacion la vamos a modelar.

Primer paso: empezamos a definir las variables de decision expresadas adecuadamente involucrando la unidad de tiempo, en este caso tenemos dos variables, X1: representa la cantidad de productos I a producir por mes, y X2: representa la cantidad de productos II a producir por mes.

\_ Como objetivo tengo como dato solamente maximizar el ingreso o maximizar produccion, pero no nos dice, pero en este caso maximizamos ingresos.

\_ Planteamos las restricciones, que en este caso vienen dados por los recursos (Materia prima, Hs mano de obra y Hs maquina).

\_ Por ultimo tenemos la condicion de no negatividad, es decir, trabajamos con valores de las variables que son positivos o ceros (no se puede producir cantidades negativas). X1 ; X2 >= 0

Segundo paso: construimos el modelo

(grafico film8)

\_ El signo <= indica que como mucho voy a poder utilizar la totalidad de ese recurso.

\_ Sa: significa sujeto a, al conjunto de restricciones.

Tercer paso: resolucion del problema

\_ Resolver el problema significa encontrar los valores de las variables que cumplan con todas las restricciones y queme den el optimo, es decir, el maximo o minimo valor de la funcion objetivo (Z).

\_ El modelo representado es un sistema de inecuaciones, y lo resolvemos mediante el **metodo grafico**.

Solucion grafica:

\_ Graficamos las restricciones

\_ Como la recta tien el signo <=, significa que todos los puntos que estan sobre la recta hacia abajo satisfacen con la inecuacion, es un area que cumple con la inecuacion.

\_ Haciendo lo mismo con las otras dos restricciones llegamos a:

(grafico film11 y 12)

\_ Al tener el signo <=, esa area pintada en verde, significa que me cumple con las 3 restricciones al mismo tiempo, esto se conoce como **poligono de soluciones** o region factible, esto significa que todos los puntos que estan en esa area son soluciones a mi sistema de ecuaciones.

\_ La cantidad de soluciones es el tamaño del area, es decir, infinitas soluciones.

Propiedades poligono de soluciones:

1\_ El poligono de soluciones es convexo.

2\_ La solucion optima (encontrar los valores de la variable que me dan el maximo valor de la funcion Z) siempre va a estar en un punto extremo, cortan el eje u otra recta. Los puntos en azul son soluciones factibles y puntos extremosy los de rojo son puntos extremos y soluciones fuera del poligono por lo tanto no factibles. Por lo tanto debo analizar 5 puntos, pero puedo eliminar el origen por que no seria nada de productos y sin ingresos, porlo tanto la solucion optima va a estar en los otros 4 puntos extremos que pertenecen a la region factible.

\_ Realizamos la recta de la funcion objetivo igualado a un multiplo de ambas variables, y me desplazo paralelamente para obtener el punto mas alejado y que pertenezca a la region factible, en este caso vemos que el punto optimo es donde se corta r2 (Hs mano de obra) con r3 (Hs maquina) estas dos son limitantes, en el caso de la materia prima es no limitante por que tengo sobrante, donde X1 vale 300 y X2 vale 200, calculando Z obtenemos 29000.

3\_ Toda combinacion lineal convexa tambien es solucion.

**Filmina 2**

Formas de expresar un modelo de PL:

\_ Hay muchas formas de expresar:

**Forma de funciones:**

Funcion objetivo: en forma generica la llamamos funcion Z y esta expresada en funcion de X.

Restricciones funcionales: hay un conjunto de m retricciones, que en forma generica tambien es una funcion matematica. Al ladoderecho lo llamamos b.

Restricciones de No negatividad: es decir que todas las variables sean mayores o iguales a cero.

**Forma canonica:**

\_ Si el problema es de maximizacion, nos encontramos que todos los signos de las restricciones tienen la forma <=, y en el caso de que el problema sea de minimizacion las restricciones van a estar expresadas con el signo >=. Tambien tenemos la forma mixta es decir que estan los signos de las restricciones en todas sus formas <=, >=, =. Por ultimo tenemos la forma estandar en la cual todas las restricciones tienen el signo =.

Forma estandar: Si yo quiero transformar una inecuacion en ecuacion, debo agregarle algo al lado izquierdo, si el signo es <= lo que agrego va sumando, de lo contrario restando. Lo que agrego puede ser una cantidad variable por que no se el resultado del modelo. De forma generica llamamos a esa variable S ademas de llamarse variable de holgura, y representa cantidad sobrante al recurso que esta asociado.

\_ El conjunto de restricciones, ahora un conjunto de ecuaciones, y es un sistema que tiene mas variables que ecuaciones, este sistema seria compatible indeterminado, es decir que tiene infiitas soluciones.

\_ Podemos obtener una solucion basica (punto donde se intersectan dos o mas rectas, o bien una restriccion con uno de los ejes), haciendo n-m variables = 0, donde m es la cantidad de restricciones y n es la cantidad de variables o incognita. Para obtener la cantidad de soluciones basicas hacemos:C = n!/[(n-m)!m!].

Tipos de soluciones:

Solucion factible: es toda solucion que esta dentro del poligono de solucion, y todo lo que este fuera son soluciones no factibles y no cumplen con ninguna restriccion, en el caso de que sean negativas tambien. Tenemos las soluciones basicas y no basicas:

Solucion factible No basica: cuando yo tengo la cantidad de variables basicas mayor a m, es decir, todos los puntos que estan en la region factible pero que no son punto extremo.

Solucion factible basica: son los puntos extremos, siempre y cuando pertenezcan a la region, esta es la solucion optima, haciendo n-m=0. Dentro de esta tenemos las no degenerada y degenerada:

Solucion basica No degenerada: cuando la cantidad de variables basicas es exactamente igual a m restricciones.

Solucion basica degenerada: cuando tenemos mas ceros que n-m. Graficamente estas se ven cuando mas de dos restricciones pasan por un mismo punto. Cuando la cantidad de variables basicas es menor a m.

Modelo matematico general de PL:

Forma matricial: donde X es una matriz de una columna con todas las variables, C es una matriz de una fila con los coeficientes de la matriz objetivo, A es la matriz de coeficientes de las restricciones y B es una matriz del lado derecho de la restriccion.

Forma vectorial: aplica la misma logica de la matriz, pero con vectores.

Supuestos del modelo de PL:

\_ Todo modelo de PL o para aplicar la PL se tienen que cumplir las siguientes caracteristicas:

Un solo objetivo: ej, maximizar beneficios o maximizar ingresos, pero siempre un solo objetivo. No podemos minimizar costos y maximizar la produccion por que serian dos objetivos. Se puede levantar este supuesto utilizando programacion lineal multiobjetivo.

Un conjunto de restricciones: es decir, condiciones que debemos cumplir.

Proporcionalidad: esta se cumple tanto para la funcio objetico como para las restricciones, ejemplo cuando hablamos de proporcionalidad decimos que el ingreso es proporcional al valor de la variable.

Divisibilidad: esto significa que los valores de las variables pueden ser faccionarios, ejemplo se pueden producir 1533,3 unidades de un producto, cuando hablamos de grandes unidades el valor decimal no tiene importancia pero cuando hablamos de produccion baja este supuesto no seria aplicable, ejemplo hacer 2,3 unidades, donde aparece programacion lineal entera para levantar este supuesto.

Aditividad: esta se cumple tanto para la funcio objetico como para las restricciones, y este significa que el total es la suma de las partes.Ejemplo: el total del consumo de la materia prima viene dado por la suma del consumo de los productos.

Certidumbre: significa que se conocen todos los coeficientes y parametros del modelo con exactitud, donde hay un solo resultado posible. S i no conozco el resultado que se va a dar estamos hablando de que la variable es probabilistica o estocastica y ya no habria certidumbre. Este supuesto se puede levantar uasando el modelo de programacion probabilistico.

No negatividad de las variables

Solver:

Restricciones limitantes y no limitantes: en un caso de produccion no podemos producir cantidades infinitas sino que vamos a estar restringidos por los recursos, entonces debemos identificar cuales son los recursos limitantes y no limitantes. En el solver “No vinculante” significa no limitante, y basicamente representa la holgura, para ver donde estoy usando la totalidad y donde hay sobrantede recursos. Cuando hablamos de vinculante, es decir, liitante, hablamos de que ese recurso limita la produccion.

\_ Si yo quisiera aumentar la produccion deberia incrementar los recursos limitantes.